محاسبه فاصله تقریبی بین دو مولکول در گاز کامل با استفاده از نتایج تجربی با پیشنهاد مدل نظری بر مبنای تخمین

سید سعید حیدری

عضو پژوهش سرای دانش آموزی رشد پاوه , آموزش و پرورش شهرستان پاوه , استان کرمانشاه

Saeiiid.heidari@gmail.com

چکیده

در کتاب فیزیک دهم (چاپ سال ۱۳۹۶) فاصله بین دو مولکول در گازها 35 آنگستروم گزارش شده است. اما روش محاسبه آن ذکر نشده است. در این تحقیق با استفاده از داده‌های تجربی، آزمایش آمونتون و بر مبنای نظریه جنبشی گاز کامل، معادله حالت سیستم ترمودینامیکی مورد نظر حاصل گردید. معادله خط توصیف کننده سیستم ترمودینامیکی مطابق نتایج آزمایش آمونتون و با تقریب مرتبه اول از طریق نرم افزار MATLAB محاسبه شد. همچنین از شیب خط آن تعداد مول‌های ماده در سیستم ترمودینامیکی با حجم ثابت محاسبه گردید. سپس با مدلی ساده بر اساس نتایج تجربی و پیشنهاد مدل نظری بر مبنای تخمین، فاصله بین دو مولکول در گاز کامل به دست آمد. که در تطابق خوبی با عدد گزارش شده در کتاب درسی می باشد.

کلید واژه: آزمایش آمونتون,معادله حالت گاز کامل,نظریه جنبشی گاز کامل,مدل سازی,تخمین.

۱- مقدمه

علم ترمودینامیک یکی از علوم قدیمی در فیزیک است و از دیرباز بستر انجام آزمایش های بنیادی در پیشرفت علوم و مهندسی بوده است. فیزیکدان انگلیسی، لرد کلوین، نخستین کسی بود که در سال 1845 تعریفی کوتاه برای ترمودینامیک ارائه داد: "ترمودینامیک مبحثی است که ارتباط حرارت با نیروهای عامل بر قطعاتِ به هم‌پیوسته‌ای که پیکر سیستم‌ها را تشکیل می‌دهند، و همچنین رابطه میان حرارت با عامل الکتریسیته را بیان می‌کند[4]." همچنین ترمودینامیک آماری (یا مکانیک آماری) با پیش بینی‌های آماری از رفتار ذرات سیستم، ترمودینامیک ماکروسکوپیک را توجیه می‌نماید[2].

به طور کلی یک سیستم ترمودینامیکی بر حسب مختصات ترمودینامیکی آن توصیف می شود. منظور از مختصات ترمودینامیکی یک سیستم آن دسته از کمیت های ماکروسکوپی (مانند فشار، دما و حجم) هستند که با حالت درونی سیستم (مانند انرژی درونی و..) در ارتباط می باشند. از مهمترین اهداف ترمودینامیک پیدا کردن روابط کلی میان این

مختصات است. یکی از مهمترین موضوع ها در ترمودینامیک، فیزیک گازها است. هنگامی که مقداری گاز درون یک مخزن قرار می گیرد. متغییر های فشار، دما و حجم به حرکت مولکول های آن گاز بستگی دارند و به طور کامل از هم مستقل نیستند و نمی توانند هر سه به طور مستقل اندازه گیری شوند. در نظریه جنبشی گازها ارتباط بین حرکت مولکول های گاز با فشار، دما و حجم گاز بررسی می شود[1].

آزمایشات نشان داده که در چگالی های پایین، و دماهای کمتر از $45^{\circ}c$ خیلی از گازهای واقعی در شرایط آزمایشگاهی تقریبا از رابطه زیر پیروی می کنند:

$$PV= nRT \qquad (1)$$

این معادله، معادله حالت گاز کامل نامیده می شود. که در آن P فشار مطلق گاز بر حسب پاسکال(Pa)، n تعداد مول های گاز بر حسب مول (mol)، T دمای گاز بر حسب کلوین (k) است[1]. R ثابت عمومی گازها نامیده می شود. که مقدار آن برابر است با $R=8.314\ J/mol.k$ [1].

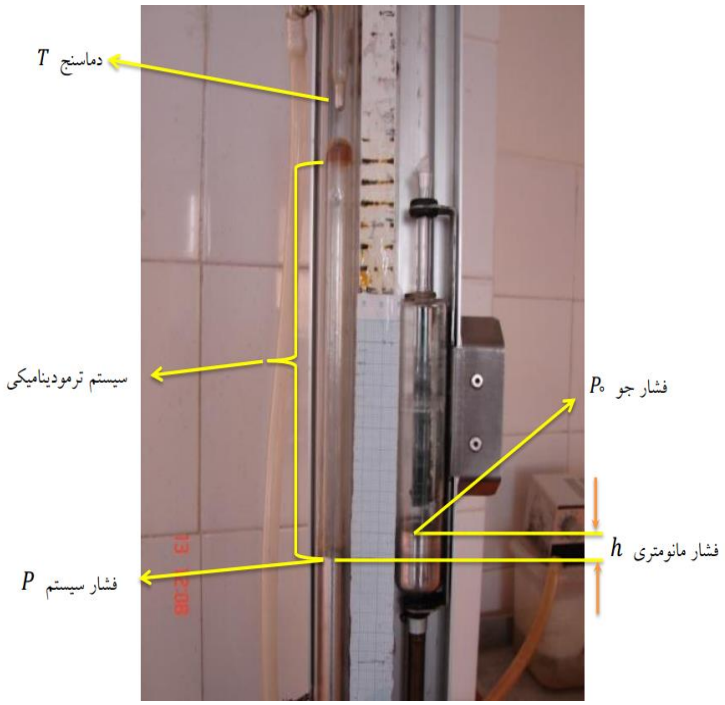
گاز کامل یا گاز تام نوعی گاز فرضی در شیمی و فیزیک است که بین مولکول های آن برهم کنشی وجود ندارد و تنها مبنای نظری دارد، مولکول های چنین گازی کاملا از هم جدا بوده و با هم برخورد کشسان دارند. همچنین فرض می شود هیچ نیرویی به هم دیگر وارد نمی کنند. از این فرضیات برای مدل سازی گاز واقعی در شرایط آزمایشگاهی استفاده می شود[1].

در این تحقیق برمبنای نظریه جنبشی گاز کامل و نتایج آزمایش آمونتون تعداد مول یک نمونه گاز کامل محاسبه گردید. سپس فاصله دو مولکول با استفاده از دانش فیزیک دهم دبیرستان بر اساس تخمین و مدل سازی در حجم ثابت ($V=20\ cm^3$) به دست آمد.

سازماندهی مقاله به این صورت است که در بخش بعدی روش به دست آوردن داده های تجربی را توضیح می دهیم. در بخش (۳) با تحلیل داده های تجربی و پیشنهاد مدل سازی ساده نظری، فاصله بین دو مولکول در گاز، تخمین زده می شود. همچنین مقاله در بخش (۴) نتیجه گیری می شود.

۲- شرح روش انجام آزمایش

مطابق شکل (۱) دستگاه مورد استفاده در آزمایش آمونتون از یک لوله U شکل که شاخه سمت چپ آن مسدود و شاخه سمت راست آن در تماس با هوا (فشار هوا در محیط آزمایشگاه) قرار دارد استفاده می شود. بالای لوله ی سمت چپ مقداری هوا به وسیله ی ستون جیوه محبوس شده است، که همان سیستم ترمودینامیکی مورد مطالعه می باشد.



شکل(۱) دستگاه اندازه گیری آزمایش آمونتون و سیستم ترمودینامیکی و اجزاء آن

می توان دمای این گاز را با یک سیستم آب گرد که توسط یک پمپ از یک منبع وارد و خارج می شود کنترل کرد. دما سنجی نیز در این شاخه قرار داده شده است که دمای هر لحظه را نشان می دهد. همچنین در منبع آب هیتری تعبیه شده که می تواند دمای آب را افزایش دهد. بین دو شاخه جیوه صفحه ای قرار دارد که مدرج بوده و به وسیله آن می توان ارتفاع ستون جیوه را اندازه گرفت. در آزمایش آمونتون حجم گاز را ثابت فرض می کنیم. ابتدا از روی بارومتر موجود در آزمایشگاه فشار هوای موجود در محیط آزمایشگاه $P_0 = 66.4\ cmHg$ (P_0 فشار در محیط آزمایشگاه دانشگاه علم و صنعت ایران است) و دمای اولیه $27.5\ ^{\circ}c$ را از روی دماسنج متصل به سیستم یادداشت کردیم. سپس با جا به جا کردن مخزن سمت راست، سطح جیوه در دو طرف لوله را یکسان کردیم. در ادامه هیتر و پمپ را روشن کرده، در هر مورد با $4^{\circ}c$ افزایش دما پمپ را خاموش می کردیم. لوله متحرک را آنقدر جا به جا می کردیم که سطح جیوه انبساط یافته در سمت چپ به سطح درجه اولیه می رسید(سیستم را به حجم اولیه رساندیم). دمای گاز و اختلاف ارتفاع ستون جیوه h تا دمای کمتر از $45^{\circ}c$ ثبت گردید. در نهایت با داشتن h و P_0 می توانستیم P را تعیین کنیم. نتایج به همراه نسبت $\frac{P}{T}$ در جدول (۱) ثبت شده اند.

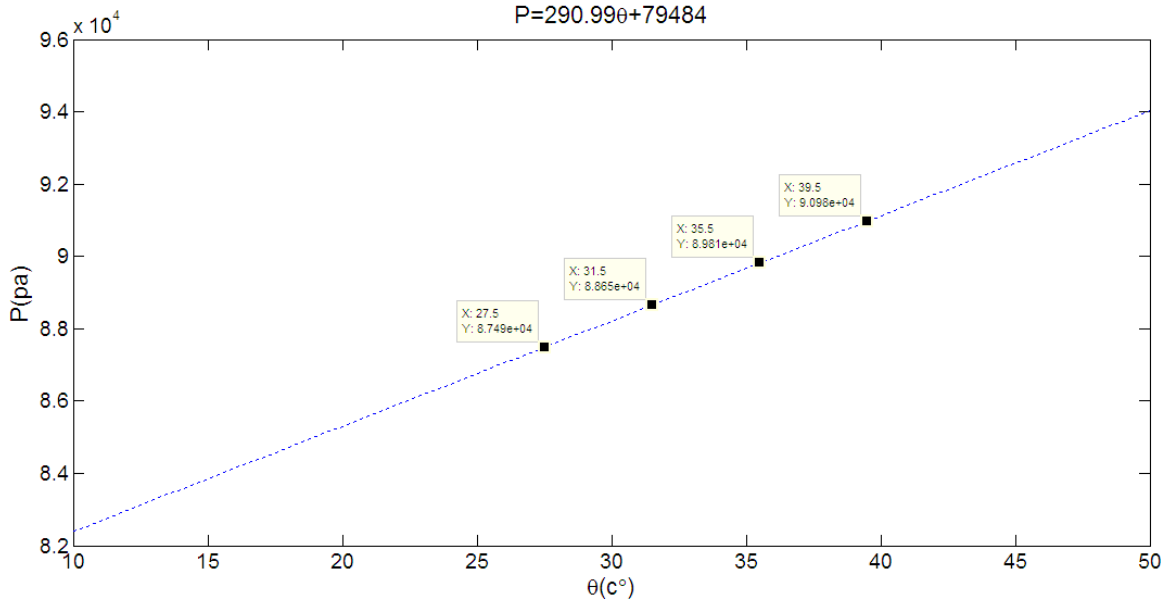
بدیهی است که این نسبت نیز طبق قانون آمونتون باید ثابت بماند. جدول (۱) نتایج آزمایش آمونتون را نشان می دهد.

ردیف	θ (c°)	P(pa)=P₀±h	$T_{مطلق}$(k)	$K=\frac{P}{T}\ (\frac{pa}{k})$
۱	27.5	87500.00	300.5	291.18
۲	31.5	88663.96	304.5	291.17
۳	35.5	89827.92	308.5	291.17
۴	39.5	90991.88	312.5	291.17
۵	43.5	92155.84	316.5	291.17

جدول (۱) نتایج حاصل از آزمایش آمونتون و نسبت تقریبا ثابت $\frac{P}{T}$

۳- محاسبات و نتایج

با توجه به داده های تجربی جدول(۱) و ثابت ماندن نسبت $\frac{P}{T}$ می توان نتیجه گرفت که گاز مورد مطالعه از معادله گاز کامل پیروی می کند. بنابراین با رسم نتایج تجربی در نمودار MATLAB و تقریب مرتبه اول، رابطه تابع توصیف - کننده معادله حالت سیستم به دست آمد. سپس از طریق شیب خط آن n را محاسبه کردیم. در ادامه فاصله تخمینی دو مولکول به دو روش متفاوت محاسبه گردید. در پایان، نتیجه نهایی و تقریبی گزارش شد.



شکل(۲) نمودار فشار- دما (بر حسب درجه سیلسیوس) برای گاز مورد مطالعه

چون نمودار فشار مطلق گاز – دما، برای دما بر حسب درجه سیلسیوس رسم شده است. معادله خط دارای عرض از مبداء می باشد.

$$P = 290.99\theta + 79484 \qquad (2)$$

از شیب خط معادله حالت داریم:

$$\text{شیب خط} = \frac{P}{\theta} = \left(\frac{nR}{V}\right) \quad , \quad V = 20\ cm^3 \qquad (3)$$

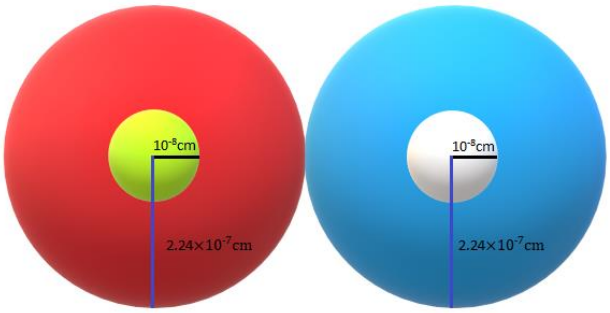
$$(3) \rightarrow \frac{nR}{V} = 290.99 \rightarrow n = \frac{290.99 \times 20 \times 10^{-6}}{8.314} \approx 7.00 \times 10^{-4}\ mol \qquad (4)$$

جایی که:

$$n = 7.00 \times 10^{-4} \rightarrow N = 7.00 \times 10^{-4} \times 6.02 \times 10^{23} \approx 4.21 \times 10^{20}\ atoms \qquad (5)$$ (تعداد مولکول)

$$V_T = 20\ cm^3 \rightarrow \frac{V}{N} \approx 4.75 \times 10^{-20}\ cm^3 \qquad (6)$$ (حجم اختصاصی هر مولکول)

در این قسمت از محاسبات حجم اختصاصی به هر مولکول به صورت کره فرض شده است (شکل ۳).



شکل(۳): مولکول های کره ای شکل

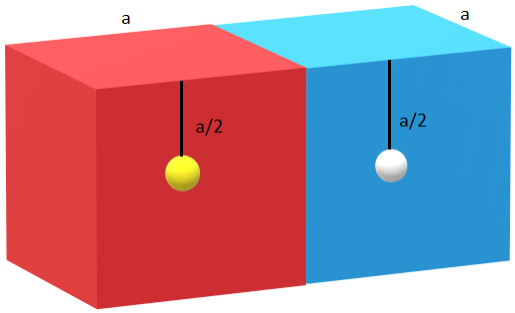
$$V_a = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 10^{-8} = \frac{4 \times \pi \times 10^{-24}}{3} \approx 4.18 \times 10^{-24}\ cm^3 \qquad (7)$$ (حجم فرض شده برای هر مولکول)

$$(6) \rightarrow 4.75 \times 10^{-20}\ cm^3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow r \approx 2.24 \times 10^{-7}\ cm \qquad (8)$$

در این مدل مقداری فضا در فاصله بین دو مولکول باقی می ماند که از تقریب زیر در محاسبات استفاده می کنیم.

$$(8),(7) \rightarrow (r - r') \times 2 = (2.24 \times 10^{-7} - 10^{-8}) \times 2 \approx 4.28 \times 10^{-7} cm \qquad (9)$$ (فاصله دو مولکول در گاز کامل)

حال اگر مولکول ها را به صورت مکعب های به هم چسبیده در نظر بگیریم(شکل ۴)، با محاسبه فاصله، عدد حاصل به مقدار ذکر شده در کتاب درسی فیزیک دهم نزدیک تر خواهد بود. چون این مدل تقریبا تمام فضای نمونه را پوشش می دهد.



شکل(۴): مولکول های مکعبی

$$\text{شیب خط} = \frac{P}{\theta} = \left(\frac{nR}{V}\right) \quad , \quad V = 20\ cm^3 \qquad (3)$$

$$(3) \rightarrow \frac{nR}{V} = 290.99 \rightarrow n = \frac{290.99 \times 20 \times 10^{-6}}{8.314} \approx 7.00 \times 10^{-4}\ mol$$

$$n = 7.00 \times 10^{-4} \rightarrow N = 7.00 \times 10^{-4} \times 6.02 \times 10^{23} \approx 4.21 \times 10^{20}\ atoms$$ (تعداد مولکول)

$$V_T = 20\ cm^3 \rightarrow \frac{V}{N} \approx 4.75 \times 10^{-20}\ cm^3 \qquad (10)$$ (حجم اختصاصی هر مولکول)

$$(9) \rightarrow V_a = a^3 = 4.75 \times 10^{-20}\ cm^3 \rightarrow a \approx 3.62 \times 10^{-7}\ cm \qquad (11)$$ (فاصله دو مولکول در گاز کامل)

فاصله دو مکعب برابر است با ضلع مکعب ($a \approx 3.62 \times 10^{-7} cm$) که بیانگر فاصله تخمینی دو مولکول در مدل مکعبی است. در نهایت اینکه ما روش مکعبی را به کروی ترجیح می دهیم، زیرا تقریبا کل فضای بین دو مولکول پوشش داده می شود و نتیجه به دست آمده از این روش بسیار به عدد گزارش شده در کتاب درسی مورد نظر نزدیک می باشد. بنابراین گمانمان بر این است که عدد گزارش شده در کتاب درسی (35 آنگستروم) از نظر تئوری با روشی شبیه به روش مکعبی ما به دست آمده است.

$$36.2 - 35 = 1.2 \ , \ \frac{1.2}{35} \times 100 \approx 3.4\%$$

با توجه به اینکه اگر خطای نتیجه آزمایشی کمتر از 5% باشد می توانیم آن نتیجه را قابل اعتماد در نظر بگیریم. بنابراین نتیجه خواهیم گرفت که نتیجه پژوهش ما قابل اعتماد و تقریبا به منبع استاندارد نزدیک است.

۴- نتیجه

هدف این پژوهش نشان دادن چگونگی محاسبه داده های گزارش شده در کتاب های فیزیک دبیرستان است. که می تواند به خلاقیت و یادگیری دانش آموزان در فهم و درک داده های ذکر شده در کتب درسی کمک شایانی کند. و اینکه در دنیای امروز مقالاتی که هم دارای کار تجربی و هم مدل سازی مربوط به آن گزارش شود بسیار مورد توجه دانشمندان و پژوهشگران می باشد. ما در این پژوهش با استفاده از داده های تجربی، آزمایش آمونتون و بر مبنای نظریه جنبشی گاز کامل، این داده ها را به دست آوردیم. سپس با پیشنهاد دو مدل ساده بر اساس نتایج تجربی و بر مبنای تخمین, با فرض کره ای بودن مولکول ها و سپس مکعبی بودن مولکول ها, فاصله بین دو مولکول(ذره) را در گاز کامل محاسبه کردیم. که در تطابق خوبی با عدد گزارش شده در کتاب درسی می باشد. همانطور که می دانیم در کتاب فیزیک دهم (چاپ ۹۶) فاصله دو ذره در گازها 35 آنگستروم گزارش شده است که در این پژوهش 42.8 آنگستروم (حالت کره ای) و 36.2 آنگستروم(حالت مکعبی) محاسبه شده است. که از نظر تقریبی تطابق بسیار خوبی با داده های کتاب درسی دارد. این روش در کتاب های فیزیک دبیرستان ذکر نشده است و گمانمان بر این است احتمالا استفاده از این مقاله و روش بررسی داده ها در کتب فیزیک دبیرستان یا کتاب راهنمای معلم مفید خواهد بود. همانطور که قبلا گفته شد، این روش، روشی بهینه و کم خطاست. زیرا محاسبات در دو حالت انجام شده است که در دومین حالت(که تعمیم حالت اول می باشد) تقریبا کل حجم بین دو مولکول پوشش داده شده است.

تشکر و قدردانی

این پژوهش با همکاری و راهنمایی استاد عزیز و توانمندم آقای سیوان سعیدی انجام شد، از ایشان کمال تشکر را دارم. همچنین امکانات این پژوهش توسط دکتر ادریس فیض آبادی رئیس وقت دانشکده فیزیک دانشگاه علم و صنعت ایران، در اختیارمان قرار گرفت که از ایشان نیز متشکریم.

مراجع

فارسی:

[1] فیزیک دهم (چاپ سال ۱۳۹۶)

[2] مکانیک آماری پاتریا

English:

[3] Heat and Thermodynamics,Mark Zemansky and Richard Dittman

[4] https://www.wikipedia.org